

A matematika alapjai, 1. óra

1. Igaz vagy hamis?

- a) $\emptyset \in \emptyset$ b) $\emptyset = \{\emptyset\}$ c) $\emptyset \in \{\emptyset\}$ d) $\{\emptyset\} \in \emptyset$ e) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ f) $\{\emptyset\} \subseteq \emptyset$
g) $\emptyset \subseteq \emptyset$ h) $\{\emptyset\} \subseteq \{\emptyset\}$ i) $\{\emptyset\} = \{\{\emptyset\}\}$ j) $\emptyset \in \{\{\emptyset\}\}$ k) $\{\emptyset\} \in \{\{\emptyset\}\}$ l) $\emptyset \subseteq \{\{\emptyset\}\}$
m) $\{\emptyset\} \subseteq \{\{\emptyset\}\}$ n) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq \{\{\emptyset\}\}$ o) $\emptyset \subseteq \mathbb{N}$ p) $0 \in \mathbb{N}$ q) $\{0\} \in \mathbb{N}$ r) $\{0\} \subseteq \mathbb{N}$

2. a) A Végtelen Szállodában végtelen sok szoba van, minden természetes szám pontosan egy szoba száma. Egy új vendég szobát szeretne foglalni, azonban a szálloda tele van. Mit tehet a tulajdonos, ha szeretne a szállodájában szobát adni az új vendégnek, de persze a régieket sem akarja elküldeni?

b) Egy végtelen busz érkezik, tele új vendéggel (sorszámozottak). Tud-e mindegyiknek szobát adni a tulaj?

c) Újabb végtelen busz érkezett, de ezúttal nem is egy, hanem végtelen sok darab, melyek a természetes számokkal vannak sorszámozva, és mind tele van szobára áhítózó vendéggel...

3. Uhanga törzsfőnök az esti szavazás eredményét összegzi. Aki a szomszéd törzs megtámadását szorgalmazta, piros bogyót dobott az edénybe, aki nem, az zöldet. Uhanga ugyan nem tud számolni, mégis meg tudta állapítani, melyik tábor nyert. Hogyan?

4. Hogyan definiálhatnánk, hogy két halmaz ugyanakkora (feltéve, hogy ilyen-olyan okból nem tudjuk meghatározni az elemszámukat)?

5. Miből van több: a) páros vagy páratlan számból? b) természetes számból vagy négyzetszámból?

Definíció: Legyen A és B két halmaz, f pedig egy $A \rightarrow B$ függvény (azaz A minden eleméhez hozzárendeli B -nek pontosan egy elemét). Azt mondjuk, hogy f *injektív*, ha $\forall x, y \in A, x \neq y$ esetén $f(x) \neq f(y)$; *szürjektív*, ha $\forall b \in B \exists a \in A: f(a) = b$; és *bijektív*, ha szürjektív és injektív egyszerre.

6. Mutass...

- a) $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ injekciót. b) $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{N}$ injekciót. c) $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{N}$ szürjekciót. d) $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ szürjekciót.
e) $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ bijekciót.
f) Intuitíve melyik mit mond \mathbb{N} és \mathbb{Q} „méretének” viszonyáról?